

Caractérisation de l'écoulement turbulent et du transfert thermique générés par des mobiles à ancre et barrière dans une cuve agitée

Mounir Baccar*, Mohamed Salah Abid

Laboratoire d'énergétique et de mécanique appliquée, École nationale d'ingénieurs de Sfax, route de Sokra, BP <W>, 3038 Sfax, Tunisie

(Reçu le 31 août 1998, accepté le 24 mars 1999)

Abridged English version at the end of the text

Abstract — Characterisation of the turbulent flow and heat transfer in an agitated vessel with anchor and gate agitators. A detailed computational fluid dynamic (CFD) model is developed to characterise the flow, turbulence characteristics and heat transfer from a jacketed wall of a stirred vessel with anchor and gate agitators. This study was carried out covering a wide Reynolds number range : 10^3 – 10^5 . Computations, based on the control volume method, were made using the standard k - ϵ form and the low-Reynolds-number form of the k - ϵ model. Numerical prediction gives good representation of the hydrodynamics, the turbulence characteristics, the homogeneity of the temperature field, and allows us to trace the thermal state evolution with time. We notice that heat transfer is specially controlled by the turbulence viscosity and is weakly affected by the clearance between the vessel wall and the blade tip of the anchor. Moreover, it appears that the anchor and gate agitators give a similar thermal performance. Predictions have been compared with literature data and a satisfactory agreement has been found. ©1999 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS.

agitation / anchor agitator / gate agitator / 3D modelling / heat and mass transfer / turbulent flow / parametric studies

Résumé — La caractérisation des champs turbulents hydrodynamiques et thermiques en cuve agitée par des mobiles à ancre et barrière a été entreprise par voie de simulation numérique. Les équations de Navier–Stokes et d'énergie thermique, régissant les phénomènes de transfert de quantité de mouvement et de chaleur, sont résolues par une méthode de discrétisation aux volumes finis. Deux modèles de turbulence, du type k - ϵ à haut et bas nombres de Reynolds, sont utilisés. Le suivi de l'évolution de l'état thermique du milieu agité a permis de déterminer le temps de l'établissement du régime thermique régulier. Nous avons noté une forte contribution des flux turbulents au transfert de chaleur. Même à bas nombres de Reynolds ($10^3 < Re < 10^4$), les distributions de température témoignent d'une bonne homogénéité. Il apparaît également que les performances thermiques des ancres et des barrières sont comparables. En accord avec des résultats expérimentaux antérieurs, un faible effet de la taille de l'entrefer est mis en évidence. La comparaison du nombre de Nusselt moyen, calculé à partir de résultats locaux, avec ceux relevés dans la littérature indique une bonne concordance. © 1999 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS.

agitation / agitateur à ancre / agitateur barrière / modélisation 3D / transfert de chaleur / écoulement turbulent / étude paramétrique

Nomenclature

C	distance entre le mobile et le fond de la cuve	m	L	largeur des pales	m
C_p	capacité thermique massique	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	N	vitesse de rotation	s^{-1}
D	diamètre de la cuve	m	P	puissance requise	W
d	diamètre de l'agitateur	m	R	rayon de la cuve	m
e	dimension de l'entrefer	m	<i>Lettres grecques</i>		
H	hauteur du liquide	m	λ	conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
			λ'_t	conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
			μ	viscosité dynamique	Pa·s
			μ_p	viscosité du fluide à la température de la paroi de chauffe	Pa·s

* Correspondance et tirés à part.

μ_t	viscosité turbulente.....	Pa·s
θ	température.....	K
θ_i	température initiale.....	K
θ_p	température de la paroi.....	K
θ_τ	température de frottement.....	K
Θ	coordonnée angulaire.....	rad
Θ'	angle à partir du plan vertical qu'occupe l'agitateur.....	rad
ρ	masse volumique du fluide.....	kg·m ⁻³

Constantes empiriques

- $C_\mu = 0,09$
- $C_1 = 1,44$
- $C_2 = 1,92$
- $\sigma_k = 1$
- $\sigma_\varepsilon = 1,3$
- $\chi = 0,41$

Grandeurs adimensionnelles

- $d = d/D$
- k énergie cinétique turbulente / $2\pi N R^2$
- p pression / $2\pi \rho N R^2$
- r coordonnée radiale / R
- t temps $\times 2\pi N$
- $T = (\theta - \theta_i) / (\theta_p - \theta_i)$
- $T_\tau = \theta_\tau / (\theta_p - \theta_i)$
- $\bar{T}(t)$ température moyenne adimensionnelle à l'instant t
- U, V, W composantes de vitesse / $2\pi N R$
- V_τ vitesse de frottement / $2\pi N R$
- \vec{V} vecteur vitesse adimensionnel
- z coordonnée axiale / R
- ε dissipation d'énergie $2/\pi N^3 R^2$
- λ_t conductivité thermique turbulente / λ
- $\nu_e = 1 + \nu_t$ viscosité adimensionnelle effective
- ν_t viscosité turbulente / μ

Nombres adimensionnels

- $N_p = \frac{P}{\rho N^3 D^5}$ nombre de puissance
- $Fr = 2\pi N^2 R/g$ nombre de Froude
- $Nu(t)$ nombre de Nusselt instationnaire
- $Nu = \int_0^t Nu(t) dt$ nombre de Nusselt moyen
- $Pr = \mu C_p / \lambda$ nombre de Prandtl
- $Pr_t = \mu_t C_p / \lambda_t$ nombre de Prandtl turbulent
- $Pe = Re Pr$ nombre de Péclet
- $Re = Nd^2 / \mu$ nombre de Reynolds de rotation

1. INTRODUCTION

De nombreuses opérations de l'industrie alimentaire, chimique ou biochimique sont réalisées en cuve agitée. Il peut s'agir d'homogénéisation, de transformations physico-chimiques ou d'autres types de traitements.

La réalisation de ces missions s'accompagne le plus souvent d'un apport ou d'une évacuation de chaleur. Dans de nombreux cas, cet échange est obtenu grâce à un transfert thermique entre le milieu agité et un fluide caloporteur circulant dans une double enveloppe de la cuve. Les rubans hélicoïdaux, l'ensemble ruban – vis à pas inversés, les ancres et les barrières sont particulièrement adaptés dans le cas du transfert thermique à la paroi [1–6]. En effet, ces mobiles, ayant un faible entrefer, présentent l'intérêt de situer leur action près des parois de chauffage. Ainsi serait-il possible de monter des dispositifs racleurs en cas de risque d'adhérence du produit traité à la surface d'échange [6]. Seules les ancres et les barrières font l'objet de cette étude. L'agitateur barrière est souvent considéré comme étant une ancre de géométrie particulière [7, 8]. Dans notre étude, celui-ci est supposé constitué de quatre bras plans verticaux. La configuration géométrique de l'ancre classique est présentée sur la *figure 1*.

Une étude bibliographique portant sur les performances des agitateurs à ancre et barrière, tant sur le plan hydrodynamique que thermique, nous a permis de formuler les remarques suivantes :

- si le comportement hydrodynamique a été amplement étudié par voie numérique [8–11], ces travaux n'ont eu que peu de répercussions sur le calcul du transfert thermique ou massique qui peut accompagner l'agitation ; ainsi, la plupart des contributions sur l'échange de chaleur en cuve agitée relèvent du domaine de l'empirisme et présentent des disparités quelquefois importantes ;
- les travaux numériques qui se sont attachés à l'étude des agitateurs à ancre ou à barrières se sont limités au cadre de leur fonctionnement en régime laminaire.

Ces constatations nous ont conduits à mener une étude numérique, orientée suivant 2 axes. Le premier a trait à la prise en compte du caractère turbulent de l'écoulement en cuve induit par ce type d'agitateurs. Le second concerne la considération du transfert de chaleur qui peut s'appliquer à la paroi de la cuve. Ainsi, les points essentiels de ce travail ont consisté à :

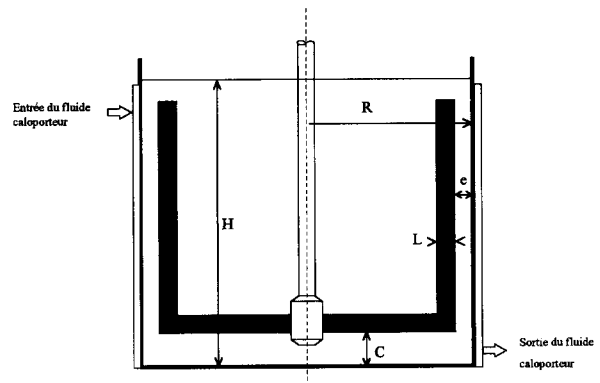


Figure 1. Configuration du dispositif étudié.
Figure 1. Schematic studied device.

- fournir une connaissance plus fine des structures hydrodynamiques et thermiques, permettant d'interpréter et d'apprécier les effets des différentes grandeurs caractéristiques intervenant dans cette opération ;
- suivre le processus de transfert thermique en régime transitoire ;
- évaluer les performances thermiques des mobiles étudiés en déterminant le coefficient global d'échange à partir de résultats locaux.

Des codes de calcul généraux de mécanique des fluides, comme Fluent et Phoenics, sont largement utilisés en agitation mécanique. Toutefois, leurs limites d'utilisation sont liées aux modèles physiques qu'ils mettent en œuvre. Afin de pallier ces problèmes, nous avons ainsi développé un code spécifique adapté à une grande variété de modèles de turbulence.

La résolution tridimensionnelle des équations de Navier-Stokes et de l'équation de conservation de l'énergie est fondée sur une méthode de discrétisation aux volumes finis. À partir d'un nombre de Reynolds égal à 10^4 , le modèle de turbulence appliqué est du type $k-\varepsilon$ de Jones et Launder [12]. Pour des nombres de Reynolds inférieurs, nous avons utilisé le modèle de Launder et Sharma [13].

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Dans un repère fixe, la rotation de l'agitateur induit un écoulement périodique. Pour obtenir un régime permanent et pour simplifier l'écriture des conditions aux limites, nous avons choisi un repère tournant lié au rotor, en tenant compte des accélérations centrifuges et de Coriolis. Toutefois, nous avons négligé les effets liés à la rotation du mobile et à la courbure de la paroi de la cuve sur l'écoulement de couche limite au niveau des parois solides [14].

Par ailleurs, afin de se placer dans les conditions de similitude, nous avons rendu adimensionnelles toutes les grandeurs caractérisant l'évolution de l'état hydrodynamique et thermique du fluide. Les variables réduites sont obtenues en prenant comme grandeurs de référence la vitesse de rotation de l'agitateur $2\pi N$, la viscosité dynamique du fluide μ , la conductivité thermique λ , le rayon de la cuve R et l'écart maximal de température $(\theta_p - \theta_i)$.

Les équations décrivant le transfert de chaleur en régime turbulent sont issues de la décomposition de Reynolds des variables hydrodynamiques et thermiques, ainsi que de la prise de moyenne temporelle des équations de Navier-Stokes et l'énergie instantanées. En utilisant le concept de diffusion turbulente pour la modélisation des flux turbulents, les équations de mouvement et d'énergie s'écrivent comme suit, pour les grandeurs moyennes U, V, W (respectivement

composantes radiale, tangentielle et axiale de la vitesse) et T :

$$\text{div } \vec{V} = 0 \quad (\text{fluide incompressible}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div} \left[\vec{v} U - \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} \nu_e \overrightarrow{\text{grad}} U \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} \left\{ \begin{array}{l} -2 \nu_e \left(\frac{U}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \Theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_e \frac{\partial U}{\partial r} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial \Theta} \left[\nu_e r \frac{\partial(V/r)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_e \frac{\partial W}{\partial r} \right) \end{array} \right\} + \frac{V^2}{r} + r + 2V \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \text{div} \left[\vec{v} V - \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} \nu_e \overrightarrow{\text{grad}} V \right] = -\frac{\partial p}{r \partial \Theta} + \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} \left\{ \begin{array}{l} \nu_e \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \Theta} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V}{r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\nu_e \left(\frac{\partial U}{\partial \Theta} - V \right) \right] \\ + \frac{\partial}{\partial \Theta} \left[\nu_e \left(\frac{\partial V}{r \partial \Theta} + \frac{2U}{r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_e \frac{\partial W}{r \partial \Theta} \right) \end{array} \right\} - \frac{UV}{r} - 2U \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div} \left[\vec{v} W - \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} \nu_e \overrightarrow{\text{grad}} W \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_e \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\nu_e \frac{\partial V}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_e \frac{\partial W}{\partial z} \right) \right] \\ + \frac{1}{Fr} \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \text{div} \left(\vec{v} T - \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Pe} (1 + \lambda_t) \overrightarrow{\text{grad}} T \right) = 0 \quad (5)$$

La fermeture de ces équations est effectuée par un modèle de turbulence du premier ordre du type $k-\varepsilon$:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \text{div} \left(\vec{v} k - \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{\sigma_k Re} (\sigma_k + \nu_t) \overrightarrow{\text{grad}} k \right) = \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} (G - D) - \varepsilon \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \text{div} \left(\vec{v} \varepsilon - \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{\sigma_\varepsilon Re} (\sigma_\varepsilon + \nu_t) \overrightarrow{\text{grad}} \varepsilon \right) = \frac{\varepsilon}{k} \left(C_1 \frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} G - C_2 f_\varepsilon \varepsilon \right) + \left(\frac{2}{\pi} \frac{d^2}{Re} \right)^2 E \quad (7)$$

TABLEAU I / TABLE I Fonctions d'amortissement Low-Reynolds-number functions				
Modèle $k-\varepsilon$	f_μ	f_ε	D	E
Jones et Launder (1972)	1	1	0	0
Launder et Sharma (1974)	$\exp \left[\frac{-3,4}{\left(1 + \frac{Re_t}{50}\right)^2} \right]$	$1 - 0,3 \exp(-Re_t^2)$	$D = 2 \left(\overrightarrow{\text{grad}} \sqrt{k} \right)^2$	$E = 2 \nu_t \left[\text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V} \right) \right]^2$

où G est le terme de production d'énergie cinétique turbulente, défini par :

$$G = \nu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{r \partial \Theta} + \frac{U}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} + \frac{\partial U}{r \partial \Theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{r \partial \Theta} + \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

La viscosité turbulente est reliée à k et ε par l'expression :

$$\nu_t = C_\mu f_\mu Re \frac{1}{d^2} \frac{\pi}{2} \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

La conductivité turbulente est donnée par la corrélation de Jischa et Rieke [15] :

$$\lambda_t = \frac{Pr}{0,85 + 0,015/Pr} \nu_t \quad (10)$$

Les fonctions d'amortissement f_μ et f_ε , ainsi que les termes sources complémentaires E et D , sont définis dans le *tableau I*, selon que l'on considère le modèle de turbulence à haut ou à bas nombre de Reynolds, avec :

$$Re_t = \frac{\pi}{2} \frac{1}{d^2} \frac{k^2}{\varepsilon} Re \quad (11)$$

Nous imposons, comme condition initiale, une température adimensionnelle nulle dans l'ensemble de la cuve. Au cours de l'évolution de l'état thermique du milieu agité, nous supposons que la température de la paroi de chauffage est maintenue constante. Sa valeur en grandeur réduite est égale à l'unité.

Les conditions aux limites concernant les variables turbulentes dépendent du modèle utilisé :

– pour le modèle $k-\varepsilon$ à bas nombre de Reynolds, les contraintes de cisaillement sont déterminées moyennant le modèle de Van Driest [16], qui tient compte de

l'amortissement de la turbulence dans la couche limite dynamique ; le flux de chaleur pariétal est déterminé en utilisant l'approche de Cebeci [17] ; d'autre part, l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation sont supposés nuls sur toutes les parois solides ;

– pour le modèle $k-\varepsilon$ à grand nombre de Reynolds, l'influence d'une paroi sur le développement de la turbulence peut être modélisée en utilisant l'hypothèse de l'équilibre local entre la production et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente ; en vérifiant que les premiers nœuds du maillage adjacents à la paroi de chauffe sont localisés dans la région pleinement turbulente ($20 < y^+ < 100$), la vitesse et la température varient suivant un profil universel donné par une variation logarithmique en fonction de la distance à la paroi ; on en déduit la vitesse et la température de frottement, ainsi que l'énergie cinétique turbulente k et son taux de dissipation ε , soit :

$$k = \frac{V_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (12)$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\chi \frac{\Delta r}{2}} \quad (13)$$

Au fond de la cuve, à la surface libre et sur l'axe de l'agitateur, des conditions de flux nuls sont imposées. Concernant la pression, l'utilisation d'un maillage décalé entre la pression et les composantes de la vitesse permet de supposer nulles les dérivées de la pression dans la direction normale à toutes les parois solides.

3. MÉTHODE DE RÉOLUTION

La résolution des équations de bilan est conduite par la méthode des volumes de contrôle. Nous avons utilisé la technique du maillage décalé en considérant uniformément 24 points selon la direction radiale, 30 dans la direction angulaire et 36 selon la direction axiale. Néanmoins, au voisinage des parois solides, les distances entre les points de calcul les plus

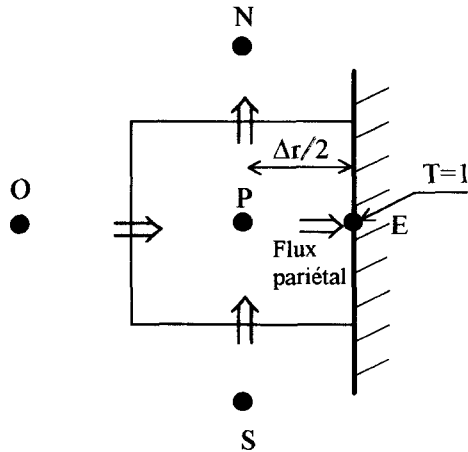


Figure 2. Volume de contrôle relatif à la température au voisinage de la paroi de chauffe.

Figure 2. Wall cell for temperature.

proches se trouvent à un demi-pas spatial (figure 2). La discrétisation spatiale est obtenue en suivant une procédure d'interpolation de type schéma hybride [18]. Quant à la discrétisation temporelle, nous avons adopté une formulation implicite. L'intégration dans le temps est entreprise en appliquant la méthode de Douglas et Gunn [19]. Le couplage pression-vitesse repose sur l'algorithme Simple, dû à Patankar [18].

Les hypothèses complémentaires retenues pour la construction et la mise en forme du code de calcul sont les suivantes :

- la surface libre est supposée horizontale ;
- l'écoulement est permanent et établi avant le début du transfert thermique ;
- les propriétés thermophysiques du fluide sont supposées indépendantes de la température ; ainsi, on admet que le niveau de température est sans influence sur la distribution des vitesses, si bien que les équations de continuité et de quantité de mouvement peuvent être résolues indépendamment de celle d'énergie thermique.

4. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Les résultats que nous présentons concernent des mobiles à ancre et barrière, ayant pour dimensions : $L/R = 0,13$; $e/R = 0,043$ et $C/R = 0,18$. La hauteur du liquide est prise égale à $1,66 R$.

4.1. Comportement turbulent hydrodynamique

Nous présentons ci-dessous les résultats hydrodynamiques influençant l'aptitude des ancres et barrières à favoriser le transfert thermique à la paroi.

4.1.1. Champs de vitesse dans le plan $r-\theta$

Pour un nombre de Reynolds égal à 10^4 , la figure 3a représente le champ moyen de vitesse généré par un agitateur à ancre dans un plan horizontal situé à mi-hauteur de la cuve ($z = 0,83$). À l'exception du voisinage des pales du mobile, où les vitesses radiales sont relativement importantes, cette figure montre un écoulement exclusivement tangentiel. La vitesse radiale sur le bord de fuite de l'ancre est égale à environ 40 % de la vitesse tangentielle.

Dans le cas d'un agitateur barrière (figure 3b), l'écoulement dans la cuve et autour de chacune des pales reste grossièrement analogue à celui décrit dans le cas de l'ancre classique. On signale, cependant, un important effet de brassage causé par la pale interne, ce qui fait prévaloir la composante radiale de vitesse. Par ailleurs, en amont du plan qu'occupent les pales, on assiste à la formation d'un nœud de circulation dont le noyau est défini par $r = 0,26$; $\theta' = -14^\circ$.

4.1.2. Champs de vitesse dans le plan $r-z$

L'influence des extrémités des pales, quant à la génération des écoulements secondaires, a été analysée dans différents plans $r-z$ passant par l'axe de symétrie de la cuve.

Les figures 4a, 4b et 4c représentent les champs de vitesses moyennes obtenus dans les plans situés respectivement en aval ($\theta = 10^\circ$), en amont ($\theta = -10^\circ$) et dans le plan médian ($\theta = 90^\circ$) de l'agitateur. Sur le premier plan, nous notons une totale déviation de l'écoulement principal à l'encontre de la pale horizontale de l'ancre, provoquant ainsi deux courants axiaux opposés : l'un est envoyé contre le fond de la cuve et l'autre vers le haut. Dans le reste de la cuve, on observe une forte pénétration du fluide vers l'intérieur de la cuve, avec un écoulement au niveau des bords de fuite, sensiblement dirigé vers la surface libre. À

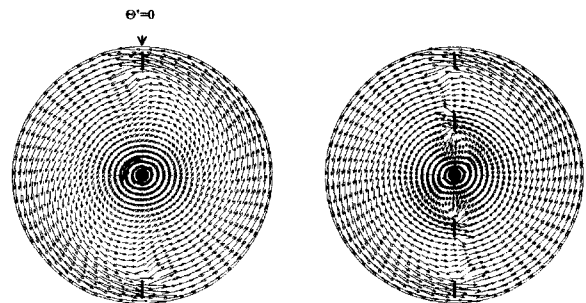


Fig 3-a

Fig 3-b

Figure 3. Champs de vitesse induits par une ancre et une barrière dans un plan $r-\theta$ situé à mi-hauteur de la cuve ($Re = 10^4$).

Figure 3. Flow patterns induced by an anchor and gate agitators at the middle level of the vessel ($Re = 10^4$).

proximité de l'axe de l'agitateur, l'écoulement devient descendant, alimentant la partie inférieure de la cuve.

En amont de l'agitateur (*figure 4b*), et du fait de la forte dépression qui se localise derrière les pales de l'ancre, les filets fluides convergent vers les axes de symétrie des pales. Un fort courant centrifuge se développe le long de la pale horizontale. Ce courant, dirigé vers la paroi, bifurque à son contact pour induire 2 flux axiaux opposés au niveau de l'entrefer : l'un est ascendant, guidé par les parois de la cuve ; le second est dirigé vers le fond.

Dans le plan médian (*figure 4c*), nous distinguons une zone de recirculation en dessous de la pale horizontale de l'agitateur, et une deuxième vers le haut de la pale verticale. Ces recirculations, tournant en sens inverse, se conjuguent pour induire un courant centrifuge qui parvient jusqu'à la paroi de chauffage.

Dans le cas de l'agitateur barrière, l'effet de brassage apparaît plus intense. Sur la *figure 5a*, reproduite en aval des pales formant le mobile, le champ de vitesse est manifestement orienté vers l'intérieur de la cuve, ce qui implique un entraînement de fluide dans cette direction. Ainsi, les vitesses radiales sur les extrémités internes des pales verticales sont-elles les plus importantes. Il en est de même pour ce qui est des vitesses axiales sur le bord inférieur de la pale horizontale. Il en ressort que l'ajout d'une pale interne renforce les mouvements radiaux, ce qui a pour effet de favoriser le brassage du contenu de la cuve. En amont de l'agitateur (*figure 5b*), l'écoulement est perturbé par une forte aspiration du fluide derrière les pales, suite à la dépression occasionnée

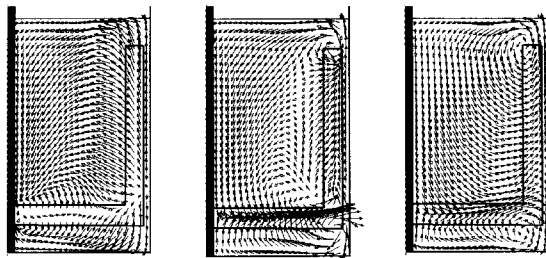


Fig. 4-a

Fig. 4-b

Fig. 4-c

Figure 4. Champs de vitesse induits par une ancre et une barrière dans différents plan $r-z$ ($Re = 10^4$).

- Champ de vitesse en aval de l'agitateur ($\Theta' = 10^\circ$)
- Champ de vitesse en amont de l'agitateur ($\Theta' = -10^\circ$).
- Champ de vitesse au niveau du plan médian de l'agitateur ($\Theta' = 90^\circ$).

Figure 4. Flow patterns induced by an anchor and gate agitators in different vertical planes $r-z$ ($Re = 10^4$).

- $r-z$ plane at $\Theta' = 10^\circ$.
- $r-z$ plane at $\Theta' = -10^\circ$.
- $r-z$ plane at $\Theta' = 90^\circ$.

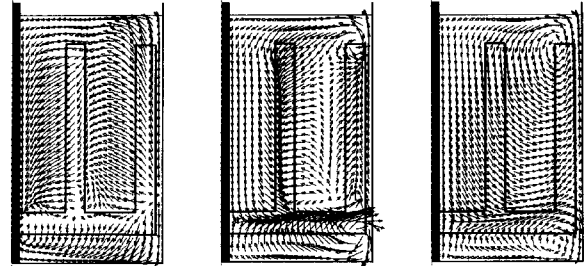


Fig. 5-a

Fig. 5-b

Fig. 5-c

Figure 5. Champs de vitesse induits par une ancre et une barrière dans différents plan $r-z$ ($Re = 10^4$).

- Champ de vitesse en aval de l'agitateur ($\Theta' = 10^\circ$).
- Champ de vitesse en amont de l'agitateur ($\Theta' = -10^\circ$).
- Champ de vitesse au niveau du plan médian de l'agitateur ($\Theta' = 90^\circ$).

Figure 5. Flow patterns induced by an anchor and gate agitators in different vertical planes $r-z$ ($Re = 10^4$).

- $r-z$ plane at $\Theta' = 10^\circ$.
- $r-z$ plane at $\Theta' = -10^\circ$.
- $r-z$ plane at $\Theta' = 90^\circ$.

par la rotation du mobile. Notons qu'entre les pales verticales apparaît une séparation, caractérisée par une valeur nulle de la vitesse radiale, ce qui laisse à penser qu'au niveau de cette frontière, le transfert radial de chaleur s'effectue uniquement par diffusion turbulente. L'écoulement secondaire, à la vue de la répartition des vitesses sur le plan médian (*figure 5c*) est similaire à celui que l'on a observé dans le cas d'une ancre.

4.2. Caractérisation de la turbulence

La connaissance détaillée de la structure fine de la turbulence permet de situer les régions où les contraintes de Reynolds sont les plus élevées, ce qui est d'un intérêt majeur, puisqu'elles interviennent dans le phénomène de transfert de chaleur. Nous présentons ces caractéristiques uniquement dans le cas d'un mobile à ancre et pour un nombre de Reynolds égal à 10^4 .

4.2.1. Distribution dans le plan $r-\theta$

Sur la *figure 6a*, nous avons représenté le champ de l'énergie cinétique turbulente dans un plan horizontal situé à mi-hauteur de la cuve. On peut constater que la région siège des valeurs maximales ($k > 3,2 \cdot 10^{-2}$) se localise en amont de l'ancre, dans le domaine balayé par les pales de l'agitateur. Les deux pics apparaissent pour $r = 0,79$ et $\Theta' = -20^\circ$ ou $\Theta' = 160^\circ$. Aussi, un important cisaillement sur le bord de fuite de l'ancre est à l'origine d'une rapide croissance de la valeur de

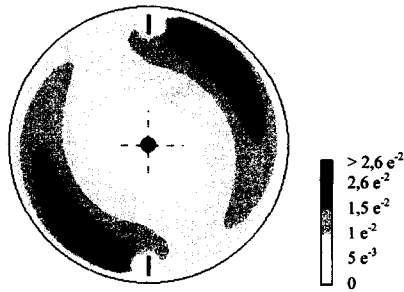


Fig. 6-a.

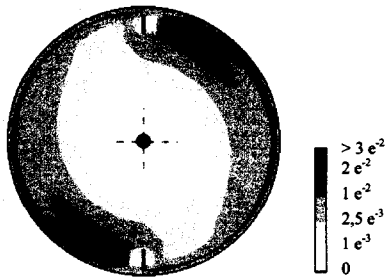


Fig. 6-b.

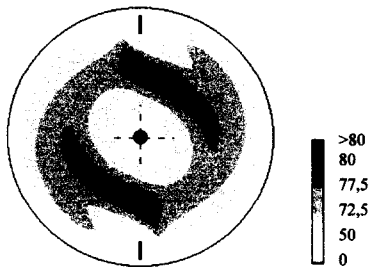


Fig. 6-c.

Figure 6. Caractéristiques de la turbulence dans un plan $r-\theta$ situé à mi-hauteur de la cuve ($Re = 10^4$).

- a. Isocontours de l'énergie cinétique turbulente.
- b. Isocontours du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente.
- c. Isocontours de la viscosité turbulente.

Figure 6. Turbulence characteristics in $r-\theta$ plane situated at the middle level of the vessel ($Re = 10^4$).

- a. Contours of turbulence kinetic energy.
- b. Contours of energy dissipation rate.
- c. Contours of turbulent viscosity.

k . Quant aux valeurs minimales ($k < 2,5 \cdot 10^{-3}$), elles se trouvent localisées juste derrière les pales de l'ancre et dans un espace, de plus grand volume, situé tout autour de l'axe du mobile.

La distribution du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente est illustrée sur la *figure 6b*. Globalement, nous observons une répartition similaire à celle relative à l'énergie cinétique turbulente. En effet, un niveau élevé d'énergie cinétique turbulente va de pair avec une forte dissipation. Quantitativement, ε varie dans un rapport maximal de 40, en passant du noyau des régions de forte dissipation à celui de la zone morte abritée par l'ancre, ou encore de la zone entourant l'axe du mobile.

La *figure 6c* permet de visualiser la répartition de la viscosité turbulente dans le même plan que précédemment. Il apparaît que celle-ci dépasse une valeur de 100 dans le courant de décharge. Tout près des parois et autour de l'axe de l'agitateur, où l'on note un ralentissement de l'écoulement, la viscosité turbulente est inférieure à 10.

4.2.2. Distribution dans le plan $r-z$

Nous avons choisi de mettre en exergue la répartition des caractéristiques de turbulence dans un plan $r-z$ situé en amont de l'agitateur où nous avons enregistré les plus grandes valeurs de k et de ε . Les *figures 7a* et *7b* montrent que l'énergie cinétique turbulente et la fonction de dissipation sont maximales à proximité des pales et diminuent rapidement lorsqu'on s'en éloigne. Ainsi, on peut aisément constater que les isocontours reproduisent approximativement la forme géométrique du mobile. En effet, l'aspiration du fluide derrière les pales de l'ancre crée de forts gradients de vitesse qui entraînent, à l'amont, une importante production d'énergie cinétique turbulente et, parallèlement, une grande dissipation d'énergie. En revanche, au voisinage immédiat des parois solides, les valeurs de k et de ε sont relativement faibles.

Quant à la viscosité turbulente (*figure 7c*), les valeurs les plus élevées sont situées au cœur du domaine d'étude. Les plus faibles valeurs se trouvent à proximité immédiate des parois solides.

4.3. Analyse du comportement thermique

La détermination de la distribution des températures du produit au sein de la cuve agitée constitue un élément important dans la caractérisation des performances thermiques du mobile d'agitation. Pour ce qui concerne la représentation du comportement thermique, nous avons arbitrairement choisi d'illustrer les champs de température après le temps nécessaire pour atteindre une température moyenne adimensionnelle $\bar{T}(t)$ égale à 0,5, le nombre de Prandtl étant fixé à 7.

Les *figures 8a* et *8b* montrent les champs de température générés par une ancre, pour deux nombres de Reynolds ($Re = 3000$ et $Re = 10^4$). La comparaison de ces champs est menée au niveau du plan vertical

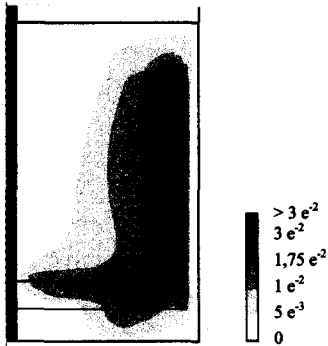


Fig. 7-a.

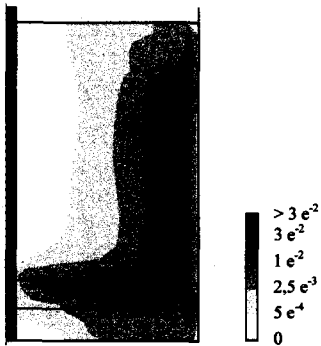


Fig. 7-b.

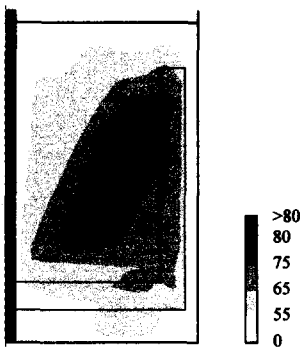


Fig. 7-c.

Figure 7. Caractéristiques de la turbulence en amont du plan qu'occupe l'agitateur ($\Theta' = -10^\circ$, $Re = 10^4$).

- Isocontours de l'énergie cinétique turbulente.
- Isocontours du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente.
- Isocontours de la viscosité turbulente

Figure 7. Turbulence characteristics in r - z plane situated behind the paddles agitator ($\Theta' = -10^\circ$, $Re = 10^4$).

- Contours of turbulence kinetic energy.
- Contours of energy dissipation rate.
- Contours of turbulent viscosity.



Fig. 8-a.

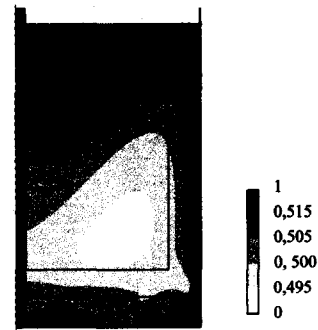


Fig. 8-b.

Figure 8. Effet du nombre de Reynolds sur le comportement thermique généré par un agitateur à ancre ($\Theta' = -10^\circ$, $Pr = 7$, $\bar{T} = 0,5$).

Figure 8. Effect of the rotational Reynolds number on the thermal behaviour generated by an anchor agitator ($\Theta' = -10^\circ$, $Pr = 7$, $\bar{T} = 0,5$).

situé en amont de l'agitateur. Dans les deux cas de figures, il apparaît que le niveau de température dans la partie supérieure de la cuve est plus élevé. En effet, l'écoulement, ascendant dans l'entrefer, fait remonter le fluide avoisinant la paroi de chauffage vers la surface libre. On note également de faibles variations autour de la température moyenne. Ce résultat est tout à fait prévisible, puisqu'alors la conductivité turbulente joue un rôle déterminant dans l'homogénéité du champ de température. À fort nombre de Reynolds, (*figure 8b*) cette homogénéité croît sensiblement. Parallèlement, les zones de basses températures diminuent de taille en se déplaçant au sein du milieu agité, alors qu'elles occupaient, à $Re = 3000$, le fond de la cuve. Ce comportement s'inverse dans le cas d'un agitateur barrière. En effet, à l'examen des *figures 9a* et *9b*, il s'avère que l'augmentation du nombre de Reynolds engendre une migration des zones de faibles températures vers le fond de la cuve. D'autre part, à $Re = 3000$ (*figure 9a*), la participation des mouvements de convection dans le transfert de chaleur semble être non négligeable. Le

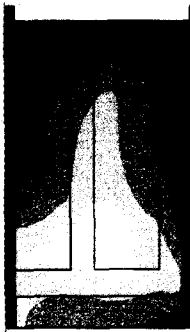


Fig. 9-a.



Fig. 9-b.

Figure 9. Effet du nombre de Reynolds sur le comportement thermique généré par un agitateur barrière ($\Theta' = -10^\circ$, $Pr = 7$, $\bar{T} = 0,5$).

Figure 9. Effect of the rotational Reynolds number on the thermal behaviour generated by a gate agitator ($\Theta' = -10^\circ$, $Pr = 7$, $\bar{T} = 0,5$).

champ de température est en effet sensiblement conditionné par la distribution des vitesses.

La comparaison des performances thermiques des deux agitateurs permet de noter que les temps adimensionnels nécessaires pour atteindre la même température moyenne ($\bar{T}(t) = 0,5$) sont légèrement plus courts dans le cas d'un agitateur barrière. À titre indicatif, à une vitesse d'agitation de $10 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$, les temps réels de chauffage de 11 L d'eau seraient de 5 min 26 s en utilisant un agitateur à ancre, et de 5 min 11 s avec un agitateur barrière, la température moyenne atteinte étant intermédiaire entre la température initiale et celle de la paroi.

4.4. Analyse globale des performances thermiques

Afin d'évaluer les performances thermiques des mobiles étudiés, nous avons déterminé, en fonction du temps, le nombre de Nusselt à partir de résultats

locaux. Connaissant la vitesse et la température de frottement V_τ et $T_\tau(t)$ et sachant que la température adimensionnelle à la paroi est égale à l'unité, il vient :

$$Nu(t) = \frac{\pi}{d^2} \frac{Pe}{1 - \bar{T}(t)} V_\tau T_\tau(t) \quad (14)$$

4.4.1. Évolution instationnaire du nombre de Nusselt

La figure 10 illustre l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du temps adimensionnel pour les deux types de mobiles étudiés. Ces résultats sont relatifs à $Re = 10^4$ et $Pr = 7$. L'examen de ces courbes montre :

- une première phase instationnaire, qui correspond à la formation de la couche limite thermique ; cette étape est caractérisée par une diminution relativement importante du nombre de Nusselt, suivie d'une légère augmentation après le passage par un minimum ;
- une seconde phase, dans laquelle le nombre de Nusselt tend vers une constante, ce qui indique l'établissement du régime thermique régulier ; à partir de ce moment, la répartition de la température dans l'ensemble de la cuve devient similaire dans le temps.

La comparaison des deux profils montre qu'un agitateur barrière présente un mince avantage, évalué à 5 % du nombre de Nusselt. Cependant, cet avantage se fait au prix d'une augmentation de la puissance requise, puisque le nombre de puissance calculé dans le cas d'un agitateur à ancre est de 0,51, alors que dans le cas d'un agitateur barrière, il est de 0,61. Ces valeurs, obtenues par intégration volumique du champ d'énergie dissipée, sont proches des valeurs expérimentales trouvées dans la littérature. En effet, dans le cas d'un agitateur à ancre, Pollard et Kantyka [2], ainsi que Nagata [6], trouvent des valeurs comprises entre 0,5 et 0,6. Dans le cas d'un agitateur barrière, les travaux de Nagata [6] donnent une valeur du nombre de puissance égale à 0,7.

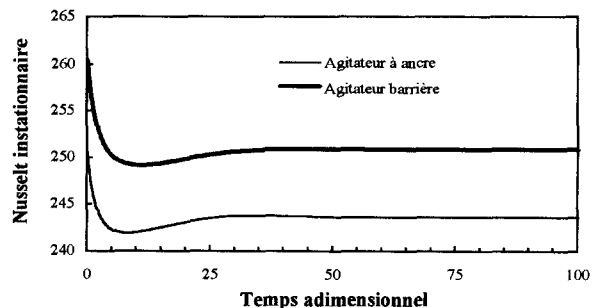


Figure 10. Évolution du nombre de Nusselt en fonction du temps adimensionnel ($Re = 10^4$, $Pr = 7$).

Figure 10. Nusselt number evolution in relation to dimensionless time ($Re = 10^4$, $Pr = 7$).

TABLEAU II / TABLE II Corrélations donnant le coefficient de transfert et domaine de validité Correlation data and test conditions			
Auteurs	Équations	Conditions géométriques et opératoires	
		Re	d
Ce travail	$Nu = 0,18 Re_r^{0,72} Pr^{1/3}$	10^3-10^5	0,9-1
Bourne et al. (1981)	$Nu = 0,29 Re_r^{0,678} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_p}{\mu}\right)^{-0,14}$	$70-6 \cdot 10^5$	0,957
Pollard et Kantyka (1969)	$Nu = 0,35 Re_r^{2/3} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_p}{\mu}\right)^{-0,14}$	$50-10^6$	0,833-0,958

4.4.2. Effet de la taille de l'entrefer

La figure 11 présente l'influence de la taille de l'entrefer sur le coefficient moyen d'échange. Contrairement à ce qui a été observé en régime laminaire [20], cette figure met en évidence une très faible évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'entrefer de l'agitateur. Ce résultat est en parfait accord avec les travaux de Pollard et Kantyka [3] et de Penney et Bell [2], qui négligent l'effet de la taille de l'entrefer en régime turbulent. Par ailleurs, cette évolution est non monotone et on observe que la turbulence prend un peu plus d'ampleur lorsque l'entrefer est plus important. Une évolution de ce type, quoique faible, a été également signalée dans les travaux d'Atkinson et Smith [1], Edwards et Wilkinson [5] et Uhl et Voznick [7].

4.4.3. Comparaison avec les travaux antérieurs

Nous avons représenté sur la figure 12, en coordonnées logarithmiques, l'évolution du rapport $Nu/Pr^{1/3}$ en fonction du nombre de Reynolds. Sur

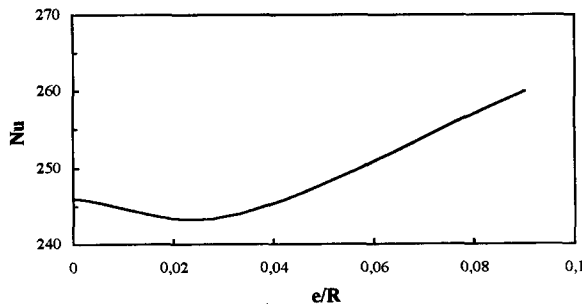


Figure 11. Évolution du nombre de Nusselt avec la taille de l'entrefer ($Re = 10^4$, $Pr = 7$).

Figure 11. Effect of the clearance between the wall and blade tip of the anchor on the surface-averaged Nusselt number ($Re = 10^4$, $Pr = 7$).

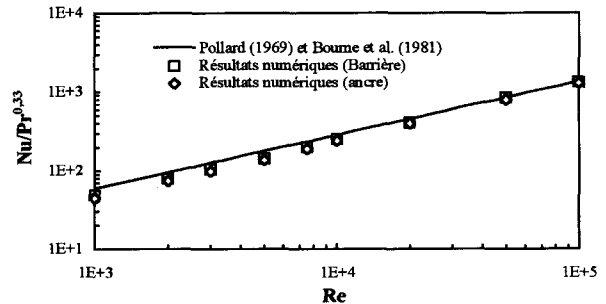


Figure 12. Comparaison des prédictions numériques du nombre de Nusselt avec les valeurs expérimentales ($Pr = 7$).

Figure 12. Comparison of numerical Nusselt numbers with experimental values ($Pr = 7$).

cette figure, on compare les résultats numériques à ceux obtenus à partir des corrélations empiriques dues à Pollard et Kantyka [3] et Bourne et al. [21]. Ces corrélations, ainsi que les domaines de variation des paramètres impliqués, sont récapitulés dans le tableau II. Notons que les résultats empiriques se regroupent pratiquement sur une même droite de régression. Par ailleurs, l'écart entre les prédictions numériques et les valeurs expérimentales montre une concordance d'autant plus satisfaisante que le nombre de Reynolds est élevé. Cet écart, évoluant entre les limites 3 et 17 %, laisse à penser que le modèle à bas nombre de Reynolds contribue à une sous-estimation de la turbulence et dès lors du niveau de transfert de chaleur. D'autre part, nous constatons que les performances thermiques d'un agitateur à ancre sont pratiquement identiques à celles d'un agitateur barrière. Ceci s'explique par le fait que le mélange du fluide est en grande partie contrôlé par la diffusivité turbulente. Ainsi, les phénomènes de convection radiaux, favorisés par un agitateur barrière, n'apportent qu'une très faible amélioration de la qualité de mélange.

Enfin, en supposant que Nu varie en $Pr^{1/3}$, l'équation donnant le coefficient superficiel d'échange par voie numérique est donnée dans le tableau II. L'exposant du

nombre de Reynolds que nous avons calculé (0,72) est légèrement plus élevé que celui prédit par la corrélation de Bourne et al. [21], qui envisagent une valeur de 0,678.

5. CONCLUSION

L'étude des comportements hydrodynamique et thermique turbulents générés par des agitateurs à ancre et barrière dans une cuve agitée est abordée par voie de simulation numérique. Ceci permet de visualiser les champs de vitesse, de température et des caractéristiques de turbulence telles que l'énergie cinétique turbulente, le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ainsi que la viscosité turbulente. Il en ressort que ces agitateurs de grand diamètre permettent de promouvoir le transport du fluide à proximité de la paroi de chauffage en générant ainsi une forte turbulence, qui renforce le transfert à la surface d'échange. Si les mouvements de convection sont plus intenses dans le cas d'un agitateur barrière, ce qui contribue à une légère amélioration des performances thermiques de cet agitateur, l'ancre présente néanmoins l'avantage de consommer moins d'énergie. Il apparaît de plus qu'en régime turbulent, la plus grande part du transfert de chaleur au sein de la cuve se produit par diffusivité turbulente et non par convection. Ceci explique également le faible effet de la taille de l'entrefer mis en évidence par notre étude et confirmé par des études antérieures. La comparaison du nombre de Nusselt moyen calculé à partir de résultats locaux avec des travaux expérimentaux antérieurs fait apparaître une bonne concordance.

RÉFÉRENCES

- [1] Atkinson B., Smith J.M., Characteristics of heat transfer to non-Newtonian liquids (part 2), *Brit. Chem. Eng.* 11 (2) (1966) 124-127.
- [2] Penney W.R., Bell K.J., Heat transfer in a thermal processor agitated with a fixed clearance thin flat blade, *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.* 65 (92) (1969) 1-11.
- [3] Pollard J., Kantyka T.A., Heat transfer to agitated non-Newtonian fluids, *T. Instn. Chem. Eng.* 47 (1969) T21-T27.
- [4] Heinlein H.W., Sandal O.C., Low Reynolds number heat transfer to non-Newtonian fluids in anchor-agitated vessels, *Ind. Eng. Process Des. Develop.* 11 (4) (1972) 490-495.
- [5] Edwards M.F., Wilkinson W.L., Heat transfer in agitated vessels. Part I : Newtonian fluids, *Chem. Eng.* (08) (1972) 310-318.
- [6] Nagata S., *Mixing: Principles and Applications*, Halstead Press, New York, 1975.
- [7] Uhl V.W., Voznick H.P., The anchor agitator, *Chem. Eng. Progr.* 56 (3) (1960) 72-77.
- [8] Abid M.S., Xuereb C. and Bertrand J., Hydrodynamics in vessels stirred with anchors and gate agitators: Necessity of a 3-D modelling, *T. Instn. Chem. Eng. A* 70 (1992) 377-384.
- [9] Ohta M., Kuriyama M., Arai K., Saito S., A two-dimensional model for the secondary flow in an agitated vessel with anchor impeller, *J. Chem. Eng. Jpn.* 18 (1) (1985) 81-84.
- [10] Kaminoyama M., Saito F., Kamiwano M., Flow analogy of pseudoplastic liquid in geometrically similar stirred vessels based on numerical analysis, *J. Chem. Eng. Jpn.* 23 (2) (1990) 214-221.
- [11] Bertrand F., Tanguy P.A., Brito-De La Fluente E., A new perspective for the mixing of yield stress fluids with anchor impellers, *J. Chem. Eng. Jpn.* 29 (1) (1996) 51-58.
- [12] Jones W.P., Launder B.E., The prediction of laminarisation with a two-equation model of turbulence, *Int. J. Heat Mass Tran.* 15 (1972) 301-314.
- [13] Launder B.E., Sharma B.I., Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc, *Lett. Heat Mass Tran.* 1 (2) (1974) 131-138.
- [14] Dumas R., Arzoumanian E., Fulachier L., Couche limite turbulente sur paroi mobile, *J. Mécanique Théorique et Appliquée* 7 (5) (1988) 507-530.
- [15] Jischa M., Rieke H.B., About the prediction of turbulent Prandtl and Schmidt numbers, *Int. J. Heat Mass Tran.* 22 (1979) 1547-1555.
- [16] Van Driest E.R., On turbulent flow near a wall, *J. Aero. Sci.* 23 (1956) 1007-1011.
- [17] Cebeci T., A model for eddy conductivity and turbulent Prandtl number, *J. Heat Trans.-T. ASME* 95 (1973) 227-235.
- [18] Patankar S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow; Series in computational methods in mechanics and thermal sciences*, Mac Graw Hill, New York, 1980.
- [19] Douglas J., Gunn J.E., A general formulation of alternating direction implicit methods, *Numer. Math.* 6 (1964) 428-453.
- [20] Baccar M., *Modélisation numérique tridimensionnelle du comportement hydrodynamique et thermique en cuve agitée*, thèse, Institut national polytechnique de Toulouse, 1990.
- [21] Bourne J.R., Heat transfer and power measurements in stirred tanks using heat flow calorimetry, *Chem. Eng. Sci.* 36 (1981) 347-354.

Abridged English Version

Characterisation of the turbulent flow and heat transfer in an agitated vessel with anchor and gate agitators

Anchors and gate agitators are commonly used for mixing highly viscous fluids or heating sensitive materials currently encountered in the food industry. These two agitators can also be used for the thermal treatment of non-viscous media in which case heat transfer occurs in a turbulent regime. However, our literature survey reveals scarcity of studies about this condition. In the present work, hydrodynamic and heat transfer from a jacketed wall of a stirred vessel by anchor and gate agitators are numerically simulated in order to analyse the in-depth turbulence characteristics and the hydrodynamic and thermal behaviours. For this purpose, three dimensional form of the time-averaged equations for the conservation of momentum and energy are discretized using the control-volume method.

Two models of turbulence are employed : the original $k-\varepsilon$ form is adopted for the high Reynolds numbers, while for values less than 10^4 , a solution is obtained using the low-Reynolds-number form of the modified $k-\varepsilon$ model of Launder and Sharma [13]. For Reynolds number less than 10^4 , turbulence in the vicinity of all rigid walls is modelled using the Van-Driest [16] hypothesis to predict the wall shear stresses. Similarly, the turbulent heat flux on the heated wall is defined using the Cebeci [17] approach which takes into account both laminar and turbulent contributions to the region adjacent to the heated wall. Beyond $Re = 10^4$, the universal logarithmic velocity and temperature profiles are used to predict the wall shear stresses, the turbulent heat flux on the heated wall and the turbulence kinetic energy and its dissipation rate on all points situated in boundary layers.

Except in cells neighbouring the paddles of the impellers where the radial velocity component is important, the flow created by anchor and gate agitators is found to be strongly dominated by the tangential component. Nevertheless, as can be seen in *figures 4* and *5*, secondary flow generated in the vessel indicates intensive movements. Thus, radial and axial velocity values at the edges of the agitators

can reach, respectively, 62 % and 34 % of the highest tangential component. However, the gate agitator produces more effective bulk movement of the fluid than can be promoted with the anchor. Consequently, the comparison of the spatial distribution of the mean temperature given in *figures 8a* and *9a* indicates a little enhancement of the homogeneity of the temperature field induced by the gate agitator.

The patterns of turbulent energy and its dissipation rate caused by the anchor are investigated at $Re = 10^4$. *Figures 6a, 6b, 7a* and *7b* show that the high turbulence levels occur behind the paddles and along the blades of the anchor where the production of the turbulent kinetic energy due to mean velocity gradients in the flow field is the highest.

The evolution of the surface-averaged Nusselt number for each agitator is plotted as a function of the dimensionless time in *figure 10*. The curves show the highest heat transfer at the beginning of the operation, then the heat transfer drops, and it ceases changing at about the dimensionless time $t = 25$. Although the convective effect appears to be more important in the gate agitator case, we can see from the last figure that the gate agitator does not yield an appreciable improvement of the heat transfer coefficient. This is because the heat transfer from the wall is specially controlled by the turbulence viscosity.

As is shown in the *figure 11*, the clearance between the wall and blade tip of the anchor has little effect on the heat transfer rate. The present result agrees well with previous works [2], indicating that the clearance between the anchor and vessel wall had practically no effect on heat transfer in the turbulent regime.

Finally, Nusselt numbers predicted by numerical results are correlated by a dimensionless equation in order to be compared with empirical anterior works. The close agreement between the numerical results and the experimental data proves the reliability of the numerical analysis.

